

BADANIA NAUKOWE W INSTYTUCIE DRÓG I MOSTÓW

SCIENTIFIC RESEARCH OF THE
INSTITUTE OF ROADS AND BRIDGES

Praca zbiorowa pod redakcją
Piotra Olszewskiego

Wydział Inżynierii Lądowej
Politechniki Warszawskiej



Monografia jubileuszowa
Instytutu Dróg i Mostów

ISBN 978-83-8156-018-4

Warszawa 2019
Oficina Wydawnicza Politechniki Warszawskiej

MODELOWANIE DYNAMICZNE PRZYCZEPNOŚCI KOŁA OGUMIONEGO DO NAWIERZCHNI DROGOWEJ

*Wiesław GRZESIKIEWICZ, Artur ZBICIAK,
Mirosław GRACZYK, Rafał MICHALCZYK*

1. Wstęp

Na jadący pojazd działają różnego rodzaju siły zewnętrzne, np. ciężar, siły aerodynamiczne oraz siły wewnętrzne, takie jak moment napędowy lub hamujący albo moment sił na kierownicy. Siły te wywołują reakcje w miejscach przylegania kół do nawierzchni. Reakcje te są określone naprężeniami kontaktowymi powstającymi na powierzchniach styku ogumionego koła z nawierzchnią [1, 9, 17].

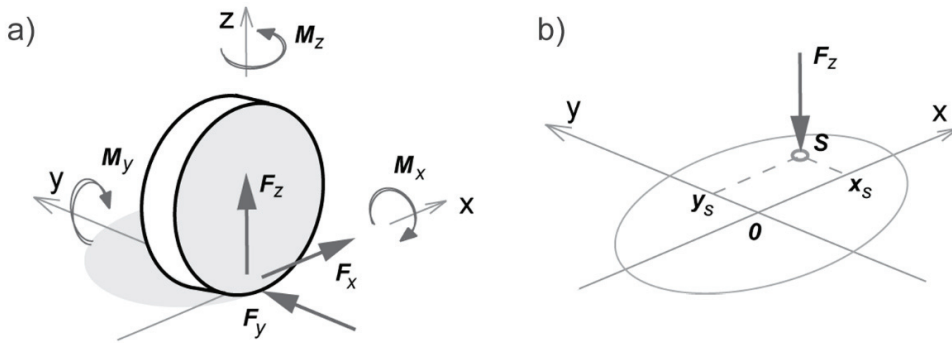
Naprężeniom tym można przyporządkować wypadkowe siły reakcji działające na koła pojazdu. Schematyczną ilustrację tych sił pokazano na rys. 1.1a [12].

Ze względu na kontaktowy (jednostronny) charakter oddziaływania koła na nawierzchnię, oraz na występujące między nimi tarcie, siły reakcji pokazane na rys. 1.1a spełniają szereg warunków:

- siła F_z określająca nacisk koła jest dodatnia, $F_z \geq 0$;
- siły styczne F_x i F_y są siłami tarcia, co oznacza, że $\sqrt{F_x^2 + F_y^2} \leq \mu F_z$, gdzie μ jest współczynnikiem charakteryzującym tarcie między kołem (bieżnikiem opony) a nawierzchnią, i jest nazywany współczynnikiem przyczepności;
- zbiór punktów nawierzchni, w których koło – a właściwie bieżnik opony – przylega do nawierzchni, jest nazywany śladem opony; wewnątrz śladu znajduje się punkt – nazywany środkiem nacisku – na który działa siła F_z ; punkt O (rys. 1.1b) jest środkiem nacisku koła nieruchomego, a punkt S –

koła toczącego się; stąd można określić wartości dwóch momentów sił działających na koło (por. rys. 1.1a): $M_x = y_s F_z$, $M_y = -x_s F_z$;

- moment M_z jest określony jako wypadkowy moment naprężeń stycznych działających na powierzchni przylegania koła do nawierzchni; jego wartość można oszacować wzorem $M_z \leq \mu F_z a$, gdzie a jest wymiarem charakteryzującym rozkład naprężeń stycznych na śladzie opony, np. w przypadku śladu w postaci koła o promieniu ρ , wymiar ten wynosi $\frac{2}{3}\rho$ (patrz np. [10]).



Rysunek 1.1. a) siły reakcji działające na koło pojazdu, b) ślad opony i środek nacisku

W zakończeniu wstępnej prezentacji obciążenia działającego na nawierzchnię i koło, należy podkreślić, że jest to obciążenie ruchome względem nawierzchni, a także względem koła [2, 6]. Przesuwające się obciążenie powoduje, że razem z nim przesuwa się strefa naprężenia i odkształcenia w warstwach nawierzchni i po obwodzie koła.

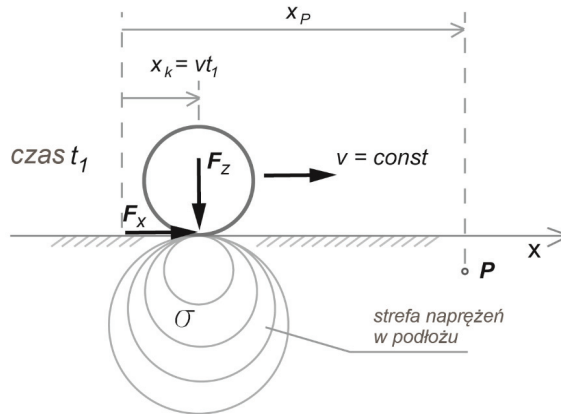
Z tego powodu, składowe naprężenia i odkształcenia w ustalonym punkcie nawierzchni i ogumienia są zmienne i mają krótkotrwały charakter, co schematycznie pokazano na rys. 1.2, na przykładzie punktu P, w którym naprężenia σ_p zmieniają się i zależą od odległości tego punktu od koła $\xi = x_p - x_k$ i są określone wzorem

$$\sigma_p(t) = \sigma(x_p - vt) \quad (1.1)$$

gdzie: x_p – współrzędna określająca położenie punktu P,

v – prędkość poruszania się pojazdu,

σ – funkcja opisująca składową naprężenia w strefie naprężeń przemieszczającej się razem z obciążeniem.



Rysunek 1.2. Strefy naprężenia w nawierzchni, wywołane przemieszczającym się obciążeniem

2. Opis sił działających między kołem a nawierzchnią

2.1. Siła nacisku

Siła nacisku F_z (rys. 1.1a) wyznacza podstawowe obciążenie nawierzchni. Jej wartość w czasie poruszania się pojazdu nie jest stała, lecz zmienia się wokół wartości Q_0 określającej statyczny nacisk koła. Wartość tego nacisku można ustalić doświadczalnie na wadze drogowej lub teoretycznie – na podstawie analizy statycznej rozłożenia masy pojazdu i ładunku.

Przyczynami zmian wartości siły F_z w czasie jazdy są drgania pojazdu lub siły bezwładności działające na pojazd podczas przyspieszania lub hamowania albo podczas jazdy na łuku drogi [12, 14]. Poza tym, na wartość siły F_z mają wpływ siły aerodynamiczne działające na nadwozie, a także nachylenie drogi.

Wartość siły F_z w czasie jazdy można wyznaczyć w przybliżeniu za pomocą modelu pojazdu, albo doświadczalnie – przy użyciu specjalistycznego oprzyrządowania. W szczególnych sytuacjach ruchu pojazdu, wartość siły F_z może zmaleć do wartości bliskiej zera [14, 16].

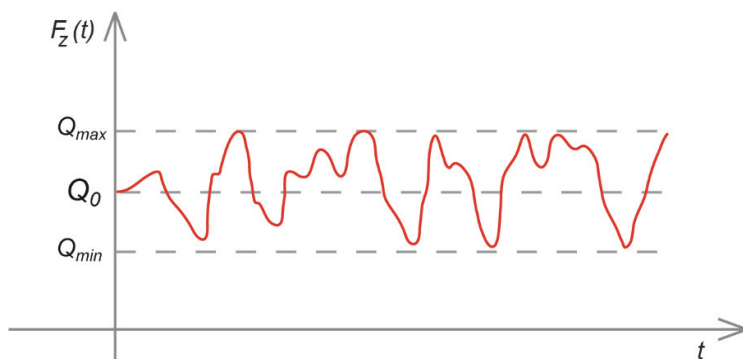
Wiele przyczyn wpływających na siłę nacisku koła na nawierzchnię podczas jazdy sprawia, że zmienność tej siły w czasie opisuje się funkcją losową $F_z(t)$ w postaci

$$F_z(t) = Q_0 + \Delta Q(t) \quad (2.1)$$

gdzie: Q_0 – statyczny nacisk koła na nawierzchnię ($Q_0 > 0$),

ΔQ – funkcja losowa opisująca dynamiczną zmianę nacisku, przy czym

$$\Delta Q(t) \geq -Q_0 .$$



Rysunek 2.1. Schematyczny przebieg siły nacisku koła na nawierzchnię podczas ruchu pojazdu

Powyższy wzór (2.1), zwykle przedstawia się w postaci

$$F_z(t) = Q_0 [1 + k_d(t)] \quad (2.2)$$

jeśli

$$k_d(t) := \frac{\Delta Q(t)}{Q_0} \geq -1 \quad (2.3)$$

jest nazywany współczynnikiem dynamicznym nacisku koła; zwykle jego wartości mieszczą się w przedziale $k_d \in [-0,25; 0,25]$, co schematycznie pokazano na rys. 2.1.

2.2. Moment oporów toczenia i moment przechylający koło

Siła ciężkości pojazdu, obciążająca koło, przechodzi przez punkt O, będący środkiem nacisku koła nieruchomego (rys. 1.1b). Podczas toczenia się koła, zmienia się rozkład naprężeń na powierzchni styku koła z nawierzchnią, a środek nacisku S przesuwają się do przodu (rys. 1.1b). W rezultacie tego, na toczące się koło działa moment $M_y = x_S F_z$, który przeciwstawia się ruchowi koła. Moment ten jest nazywany oporem toczenia się koła. W obliczeniach trakcyjnych [14], opór toczenia charakteryzuje się siłą oporu toczenia, określoną wzorem

$$F_{opr} := f F_z, \quad f := \frac{x_S}{r_k}, \quad M_y := r_k F_{opr} \quad (2.4)$$

gdzie: F_{opr} – siła oporu toczenia koła;

f – bezwymiarowy współczynnik oporu toczenia, czasami nazywany współczynnikiem tarcia przy toczeniu;

r_k – promień koła.

Wartość oporu toczenia zależy od wielkości fizycznych charakteryzujących właściwości koła ogumionego oraz nawierzchni; poza tym opór rośnie wraz z prędkością jazdy [12]. Wartości współczynnika f ustala się doświadczalnie, np. w przypadku nawierzchni asfaltowej lub betonowej, średnia wartość tego współczynnika wynosi $f \approx (0,012 \div 0,015)$.

Jeżeli położenie środka nacisku S (rys. 1.1b), jest takie, że $y_s \neq 0$, to wtedy na koło działa moment $M_x = y_s F_z$, nazywany momentem przechylającym koło. Moment ten powstaje przede wszystkim wtedy, gdy pojazd porusza się po krzywoliniowym torze.

2.3. Przyczepność koła

Zasadniczym zjawiskiem, dzięki któremu pojazd z napędem na koła może się poruszać, jest przyczepność powstająca na powierzchni styku koła z nawierzchnią. Przyczepność powstaje dzięki tarcia, które jest złożonym zjawiskiem wynikającym z molekularnego oddziaływania między stykającymi się ciałami [3]. Prawa tarcia formułuje się na podstawie pomiarów będących makroskopowym przejawem tych oddziaływań. Podstawowe prawo tarcia określa siłę tarcia, czyli siłę styczną do powierzchni przylegania dwóch ciał, w zależności od siły dociskającej te ciała. Według tego prawa, wartość siły tarcia jest ograniczona, a jej graniczna wartość jest proporcjonalna do wartości siły dociskającej; współczynnik tej proporcjonalności jest nazywany współczynnikiem tarcia.

Poza tym, prawo tarcia określa związek pomiędzy siłą tarcia i prędkością poślizgu, opisany dość złożoną relacją matematyczną, według której:

- jeżeli prędkość poślizgu jest równa zero, to wartość siły jest mniejsza od wartości granicznej; w tej postaci tarcia – nazywanej statyczną – wielkość siły tarcia jest uzależniona od sił zewnętrznych działających na stykające się ciała.
- gdy prędkość poślizgu jest różna od zera, to siła tarcia jest przeciwnie skierowana do prędkości poślizgu, a jej wartość jest równa wartości granicznej, przy czym współczynnik tarcia może zależeć od prędkości; ta postać zjawiska jest nazywana tarcie poślizgowym lub kinematycznym;

Analogicznie określa się prawa tarcia powstającego na powierzchni styku dwóch odkształcalnych ciał toczących się po sobie. W tym przypadku, prawa tarcia dotyczą zależności naprężenia stycznego od naprężenia normalnego oraz od prędkości poślizgu w punktach powierzchni styku.

Złożony stan naprężenia i tarcia, powstający na powierzchni styku koła z nawierzchnią, podczas jazdy pojazdu, powoduje, że styczne oddziaływanie koła na nawierzchnię określa się trzema wypadkowymi siłami:

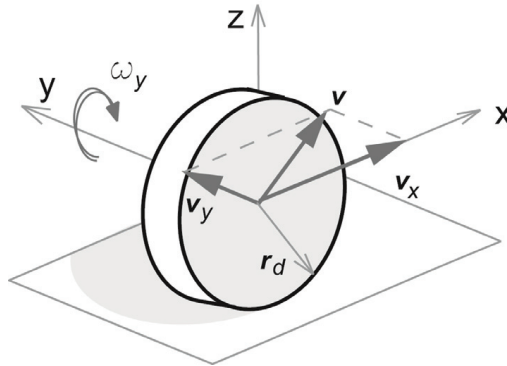
F_x – wzdłużną siłą tarcia,

F_y – poprzeczną (boczną) siłą tarcia,

M_z – momentem tarcia (moment stabilizujący) [1, 12].

Wymienione siły przedstawiono na rys. 1.1a.

Zjawisko przyczepności koła charakteryzuje się trzema empirycznymi funkcjami, opisującymi zależności wymienionych sił stycznych od parametrów kinematycznych określających poślizg koła po nawierzchni.



Rysunek 2.2. Składowe prędkości koła

Prędkość koła ogumionego opisuje się z wykorzystaniem wektora prędkości środka koła i wektora prędkości kątowej, określonych w układzie współrzędnych związanych z kołem, co schematycznie pokazano na rys. 2.2. Na tym rysunku zaznaczono dwie składowe wektora prędkości środka koła v_x i v_y oraz jedną składową prędkości kątowej ω_y , a także dynamiczny promień koła r_d [11, 12, 15]. Za pomocą tych wielkości wyznacza się prędkości poślizgu:

a) gdy koło jest napędzane

$$v_S^N := \omega_y r_d - v_x \quad (2.5)$$

b) gdy koło jest hamowane

$$v_S^H := v_x - \omega_y r_d \quad (2.6)$$

Na tej podstawie wyznacza się wspomniane parametry kinematyczne charakteryzujące poślizg koła:

a) względny podłużny poślizg gdy koło jest napędzane

$$s_x^N := \frac{v_S^N}{\omega_y r_d} = 1 - \frac{v_x}{\omega_y r_d} \quad (2.7)$$

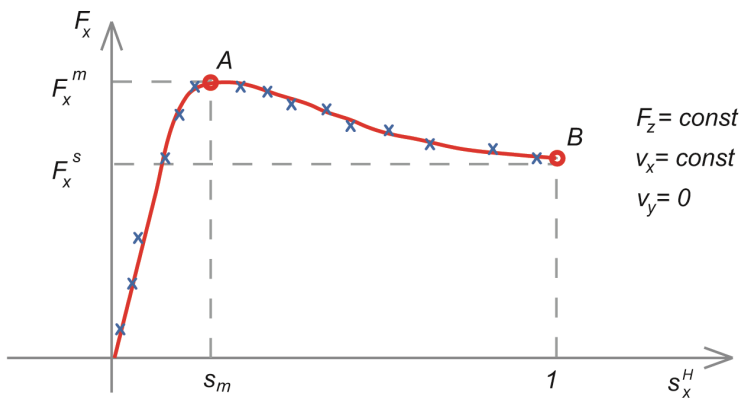
b) względny podłużny poślizg gdy koło jest hamowane

$$s_x^H := \frac{v_S^H}{v_x} = 1 - \frac{\omega_y r_d}{v_x} \quad (2.8)$$

c) względny poprzeczny poślizg koła, nazywany kątem znoszenia

$$s_y \equiv \alpha := \frac{v_y}{v_x} \quad (2.9)$$

Wspomniane wyżej trzy zależności funkcyjne sił stycznych (T_x , T_y , M_z) od opisanych parametrów poślizgu koła (s_x , α), ustala się doświadczalnie na podstawie wyników pomiarów tych sił oraz prędkości koła. Wyniki te przedstawia się w postaci wykresów punktowych ilustrujących zależności $F_x(s_x)$, $F_y(\alpha)$, $M_z(\alpha)$.



Rysunek 2.3. Wykres zależności $F_x(s_x^H)$; × punkty pomiarowe; – linia funkcji aproksymacyjnej wg *Magic Formula* [13]

Przykładowy wykres takiej zależności pokazano na rys. 2.3, gdzie znajdują się wybrane wyniki pomiarów siły stycznej F_x oraz poślizgu względnego s_x^H w czasie hamowania koła. Wykres ten opracowano na podstawie wyników pomiarów zamieszczonych w pracy [17], gdzie znajdują się również wykresy ilustrujące zależności $F_y(\alpha)$ i $M_z(\alpha)$. Na rys. 2.4 przedstawiono schematyczne wykresy ilustrujące te zależności.

Omówione tu trzy zależności funkcyjne $F_x(s_x)$, $F_y(\alpha)$, $M_z(\alpha)$ będziemy nazywali charakterystyką przyczepności koła. Należy zaznaczyć, że rozpatrywane tu wykresy charakterystyk przyczepności dotyczą wyników pomiarów przeprowadzonych w ustalonych warunkach ruchu określonych: siłą nacisku F_z ; prędkością pojazdu v ; typem opony i wielkością ciśnienia w oponie; rodzajem nawierzchni; warunkami atmosferycznymi.

Ponieważ tak określona charakterystyka dotyczy bardzo szczególnych warunków ruchu pojazdu, to model kontaktu określa się przy wykorzystaniu zbioru takich charakterystyk wyznaczonych w różnych warunkach [17].

Na wykresie charakterystyki $F_x(s_x^H)$ (rys. 2.3) zaznaczono szczególne punkty A i B. W punkcie A, siła styczna F_x osiąga największą wartość, za pomocą której można określić wartość współczynnika tarcia przylgowego

$$\mu_m := \frac{F_x^m}{F_z} \quad (2.10)$$

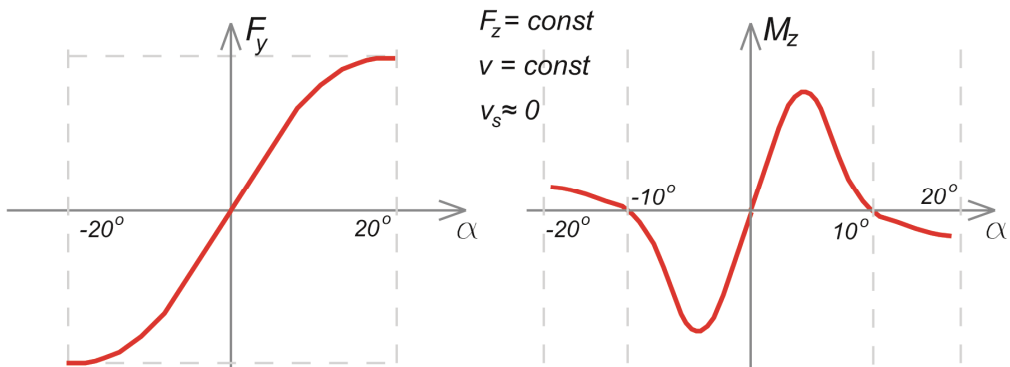
Siła F_x^m odpowiada wartości poślizgu $s_m < 1$. W punkcie B wartość siły stycznej F_x^s jest mniejsza od F_x^m , a poślizg względny ma graniczną wartość $s_x = 1$; stąd wyznacza się poślizgowy współczynnik tarcia

$$\mu_s := \frac{F_x^s}{F_z} < \mu_m \quad (2.11)$$

Analizowanej charakterystyce (rys. 2.3) nadaje się następującą interpretację fizyczną [8]:

- gdy $0 < s_x < s_x^m$, to poślizg koła wynika przede wszystkim z odkształcania opony (bieżnika), a na powierzchni styku opony z nawierzchnią istnieją punkty, w których opona nie ślizga się po nawierzchni;
- gdy $s_x^m < s_x \leq 1$, to wtedy we wszystkich punktach powierzchni styku opona ślizga się po nawierzchni, przy czym, gdy $s_x^H = 1$, to koło nie obraca się ($\omega_y = 0$), a jeśli $s_x^N = 1$, koło nie przemieszcza się ($v_x = 0$).

Analogicznie interpretuje się wykresy określające zależności $F_y(\alpha)$ i $M_z(\alpha)$.



Rysunek 2.4. Schematyczne wykresy ilustrujące zależności funkcyjne $F_y(\alpha)$ i $M_z(\alpha)$ (opracowano wg [17])

Należy zaznaczyć, że omawiane wykresy ilustrujące wyniki pomiarów sił stycznych F_x (rys. 2.3) i F_y (rys. 2.4a), nie są sprzężone, tzn. w trakcie pomiaru siły F_x , koło toczyło się bez poślizgu bocznego ($v_y = 0, \alpha = 0$), a podczas pomiaru siły F_y , koło toczyło się swobodnie, czyli bez poślizgu wzdłużnego ($v_s \approx 0, s_x \approx 0$).

Wartości sił stycznych F_x i F_y powinny spełniać warunek tarcia

$$\sqrt{F_x^2 + F_y^2} \leq \mu_m F_z \quad (2.12)$$

gdzie: μ_m – współczynnik tarcia przyłgowego.

Jak już wcześniej wspomniano, trójka wykresów określa przyczepność w ustalonych warunkach ruchu pojazdu. Zbiór takich wykresów, wyznaczonych w rozmaitych warunkach ruchu, tworzy pełną charakterystykę przyczepności.

Opisana wcześniej, empiryczna charakterystyka, określa statyczne cechy przyczepności, co oznacza, że nie ujmuje dynamicznych efektów przyczepności, wynikających z tarcia między kołem i nawierzchnią oraz z odkształcalności opony.

Dynamiczne efekty przyczepności mogą być określone przy użyciu modelu przyczepności wyznaczonego metodą hipotetyczno-dedukcyjną. Takie ujęcie umożliwia sformułowanie matematycznego opisu przyczepności z uwzględnieniem praw mechaniki a także prezentowanych wyników pomiarów.

3. Badanie przyczepności

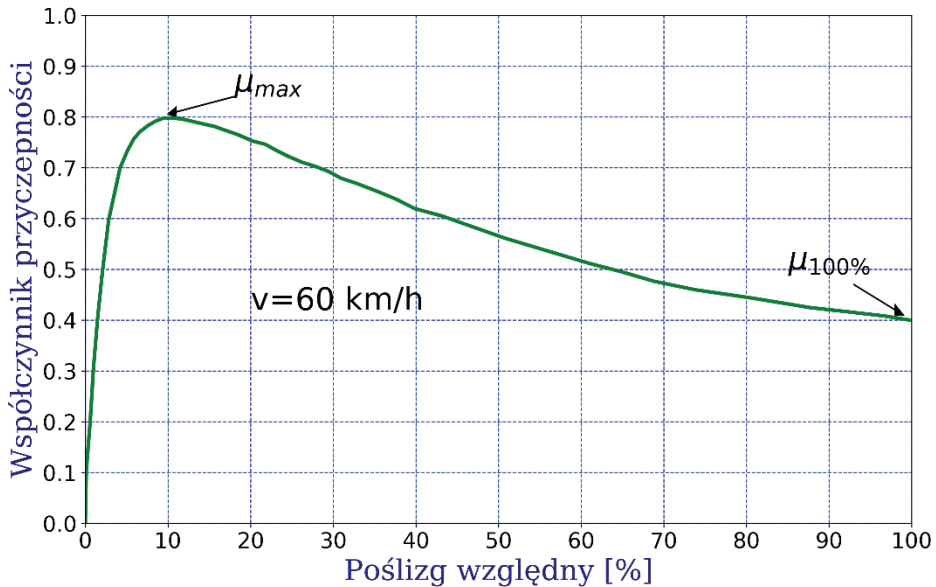
Pomiar współczynnika tarcia koła pojazdu samochodowego z powierzchnią nawierzchni przeprowadza się za pomocą urządzeń symulujących hamowanie koła samochodu w trakcie jego ruchu po jezdni przy określonych prędkościach. Jest to bardzo istotne badanie ze względu na bezpieczeństwo poruszających się i hamujących gwałtownie pojazdów. Na świecie stosowanych jest kilkanaście takich urządzeń. Urządzenie stosowane w Polsce zostało zbudowane według własnych: idei, metody i projektu – jest to zestaw SRT-3 (patrz zdjęcie na rys. 3.2).

Zestaw pomiarowy SRT-3 reprezentuje trzecią generację urządzeń do badania przyczepności nawierzchni drogowych. Przyczepa dynamometryczna wchodząca w skład zestawu pomiarowego ma oryginalny schemat kinematyczny i szereg korzystnych własności, które ją wyróżniają wśród podobnych urządzeń pomiarowych. Urządzenie SRT-3 uczestniczyło z powodzeniem w kilku międzynarodowych eksperymentach zorganizowanym przez PIARC (Światowy Kongres Drogowy) oraz FEHRL (Stowarzyszenie Europejskich Laboratoriów Drogowych). Urządzenie umożliwia pomiar:

- współczynnika przyczepności przy pełnej blokadzie koła pomiarowego dwoma metodami: (i) poprzez pomiar momentu hamującego, (ii) poprzez bezpośredni pomiar siły przyczepności,
- maksymalnej wartości współczynnika przyczepności (przy danej prędkości pomiarowej)
- siły oporów toczenia,
- współczynnika przyczepności na łukach,
- siły w zawieszeniu przyczepy dynamometrycznej,
- przy automatycznym lub ręcznym hamowaniu co 50 lub 100 m drogi (lub inne ustalone odcinki).

Cechy badane:

- współczynnik tarcia w warunkach pełnej blokady koła pomiarowego,
- graniczne wartości współczynnika tarcia: (i) μ_{\max} (Peak Friction) przy częściowym poślizgu oraz (ii) $\mu_{100\%}$ przy pełnej blokadzie koła pomiarowego,
- pełna charakterystyka współczynnika tarcia wzdłużnego $\mu = f(s)$ (w funkcji poślizgu względnego) lub $\mu = f(v_s)$ (w funkcji prędkości poślizgu) (rys. 3.1).



Rysunek 3.1. Przebieg współczynnika tarcia wzdłużnego w funkcji poślizgu względnego ustalony na podstawie wyników pomiarów



Rysunek 3.2. Zestaw pomiarowy SRT-3

Pomiar wszystkich badanych cech charakteryzujących współczynnik tarcia nawierzchni drogowej opiera się na porównywaniu wypadkowej elementarnych sił tarcia (w ujęciu chwilowym lub uśrednionym), rozwijanych między hamowanym kołem pomiarowym urządzenia badawczego a nawierzchnią drogi z wypadkową elementarnych reakcji normalnych pod kołem pomiarowym, o charakterze obciążenia lub nacisku. W każdym przypadku koło pomiarowe przyczepu dynamometrycznej doprowadzane jest do pełnej blokady, z reguły na nawierzchni mokrej.

W zależności od tego, która z cech jest przedmiotem badania, w obliczeniach wykorzystywana jest inna część pełnego procesu hamowania, w którym koło pomiarowe wytraca prędkość kątową, od wartości odpowiadającej swobodnemu toczeniu, do zera przy pełnej blokadzie.

4. Modelowanie przyczepności koła ogumionego

W pracy [1] zamieszczono zestawienie opisów modeli przyczepności rozpatrywanych przez różnych autorów. Niektóre z tych modeli służą wyłącznie do wyznaczenia statycznej charakterystyki przyczepności. W niniejszej pracy przedstawimy matematyczny model przyczepności ustalony metodą hipotetyczno-dedukcyjną. Model ten był częściowo prezentowany w pracach [4] i [5], przy czym w pracy [5] zamieszczono opis doświadczalnej weryfikacji tego modelu przy użyciu przyczepki dynamometrycznej STR-3.

W modelu rozpatruje się koło składające się z nieodkształcalnej tarczy i obwodowo odkształcalnej obręczy. Dalej będziemy rozpatrywać podstawową cha-

rakterystykę modelu przyczepności, określoną zależnością siły stycznej $F_x \equiv T$, od prędkości poślizgu koła $v_s = r\omega - v$.

Tarcie między obręczą a nawierzchnią opisujemy matematyczną relacją wiążącą siłę tarcia T z prędkością v_{ss} ślizgania się obręczy koła po nawierzchni:

$$T \in \Theta(v_{ss})$$

$$\Theta(v_{ss}) = \begin{cases} [-T_0, T_0] & \text{gdy } v_{ss} = 0 \\ \{\varphi(v_{ss})\} & \text{gdy } v_{ss} \neq 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

Wykres tej relacji zamieszczono na rys. 4.1. Schematyczna postać funkcji φ , pokazana na tym rysunku, odzwierciedla wyniki pomiarów sił tarcia podczas ślizgania się koła ogumionego.

Na podstawie opisanych założeń formułujemy matematyczny opis modelu przyczepności koła z odkształcalną obręczą. Opis ten uwzględnia dwie fazy ruchu koła:

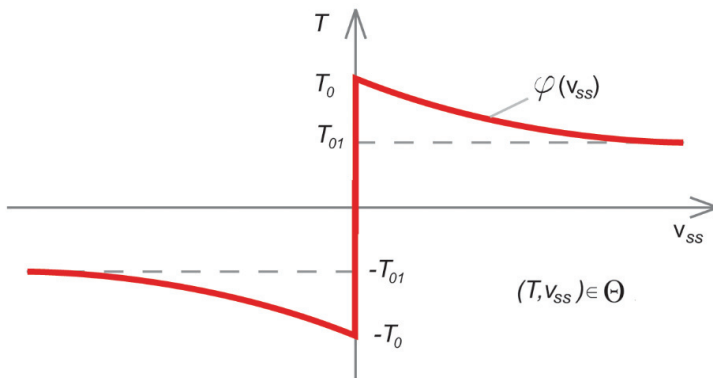
- i) faza toczenia się koła z poślizgiem wynikającym z odkształcania obręczy; wtedy mamy

$$\beta \dot{T} + \alpha |r\omega| T = r\omega - v, \quad v_{ss} = 0, \quad T \in [-T_0, T_0] \quad (4.2)$$

- ii) faza toczenia i ślizgania się obręczy po nawierzchni

$$\beta \dot{T} + \alpha |r\omega| T + v_{ss} = r\omega - v, \quad v_{ss} \neq 0, \quad T \in \Theta(v_{ss}) \quad (4.3)$$

gdzie: α , β – parametry określające odkształcalność obręczy.



Rysunek 4.1. Wykres relacji Θ określającej tarcie według wzoru (4.1)

Przytoczony powyżej opis był analizowany w pracy [4], natomiast w pracy [5] zamieszczono wybrane rezultaty identyfikacji i weryfikacji tego modelu,

przeprowadzonej na podstawie porównania wyników symulacji i pomiarów wykonanych przy użyciu przyczepki dynamometrycznej STR-3.

Z równań (4.2 i 4.3) można wyznaczyć statyczną charakterystykę przyczepności $T = \psi(s)$ w odniesieniu do prezentowanego modelu. W tym celu należy przyjąć $\dot{T} = 0$ oraz wyznaczyć algebraiczną zależność między siłą tarcia T oraz stosownym wskaźnikiem poślizgu, opisanym we wzorze (2.7) lub (2.8). Na przykład, statyczną charakterystykę przyczepności podczas hamowania określa się zależnością siły T od poślizgu $s_x^H \equiv s$ (2.8), podczas hamowania ruchu obrotowego koła, którego środek przemieszcza się ze stałą prędkością v czyli, gdy

$$v = \text{const.}; \quad r\omega \in (0, v); \quad s := \frac{v - r\omega}{v} \in (0, 1) \quad (4.4)$$

Na podstawie opisu pierwszej fazy ruchu koła otrzymuje się zależność $T = \psi_1(s)$, $0 \leq s \leq s^m$; przy czym postać funkcji ψ_1 oraz wartość s^m wynikają ze wzoru (4.2), gdy $\dot{T} = 0$

$$\alpha|r\omega|T = v - r\omega \quad (4.5)$$

stąd

$$\psi_1(s) = \frac{1}{\alpha} \frac{s}{1-s} \quad \text{dla } 0 \leq s \leq s^m \quad (4.6)$$

jeśli

$$s^m = \frac{\alpha T_0}{\alpha T_0 + 1} \quad (4.7)$$

W drugiej fazie ruchu mamy $T = \psi_2(s)$, a wartość funkcji ψ_2 wyznacza się na podstawie rozwiązania równania wynikającego z (4.3)

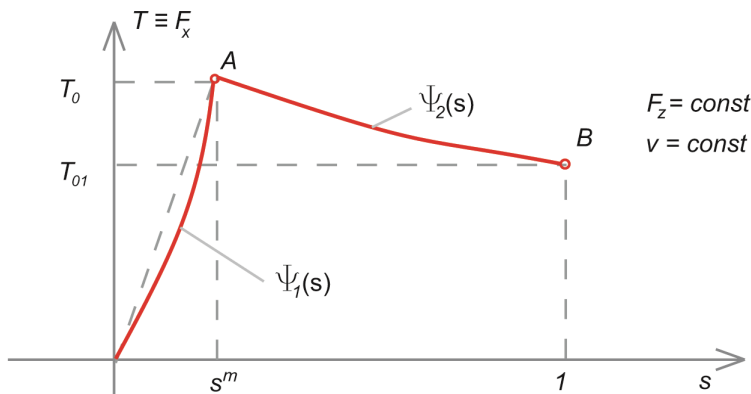
$$\alpha(1-s)T + \frac{1}{v} \varphi^{-1}(T) = s \quad (4.8)$$

stąd

$$T = \psi_2(s) \quad \text{dla } s^m \leq s \leq 1 \quad (4.9)$$

Schematyczny wykres statycznej charakterystyki przyczepności, wyznaczony według wzorów (4.5–4.7), pokazano na rys. 4.2. Kształt tego wykresu jest podobny do kształtu wykresu charakterystyki empirycznej, zamieszczonej na rys. 2.3. Dostrzegalna różnica między wykresami występuje w pierwszej fazie, gdy $0 \leq s \leq s^m$. Jest to efekt idealizacyjnego założenia, że styk koła z na-

wierzchnią jest jednopunktowy oraz przyjęcia liniowosprężystej charakterystyki do opisanie odkształcalności opony.



Rysunek 4.2. Schematyczny wykres statycznej charakterystyki przyczepności podczas hamowania, ustalony wg wzorów (4.5–4.7)

Wartości parametrów prezentowanego modelu ustala się na podstawie wyników badań przyczepności koła w różnych warunkach ruchu. Na przykład, na podstawie empirycznej charakterystyki z rys. 2.3 można ustalić:

T_0 – graniczną wartość siły tarcia pokazaną na wykresie z rys. 4.2, $T_0 = F_x^m$;
 α – wartość parametru modelu, wymienioną we wzorach (4.5–4.7);
z wykresu na rys. 2.3 odczytujemy s^m , po czym ze wzoru (4.7) obliczamy

$$\alpha = \frac{1}{T_0} \frac{s^m}{1 - s^m} ;$$

$\phi(v)$ – wartość funkcji ϕ dla $s = 1$, według wzoru (4.8); ustalamy na podstawie pomiarów z rys. 2.3, $\phi(v) = F_x^s$.

Statyczna charakterystyka przyczepności tylko częściowo określa zjawiska powstające między kołem i nawierzchnią. Dotyczy to zwłaszcza drugiej fazy ruchu, gdy koło ślizga się po nawierzchni ($s > s^m$). Jeżeli w tym czasie na koło działa moment hamujący lub napędzający, to w obszarze styku opony z nawierzchnią powstają drgania samowzbudne (relaksacyjne). Ten efekt jest spowodowany tarciem o niestabilnej charakterystyce, którą pokazano na rys. 4.1. Opis takich drgań jest zawarty w równaniach (4.2 i 4.3). Przebieg tych drgań można ustalić za pomocą matematycznego modelu układu napędzania lub hamowania pojazdu, zawierającego opis przyczepności podany we wzorach (4.2 i 4.3). Wyniki takich obliczeń, związane z hamowaniem przyczepki, zamieszczono w pracy [5].

Rozpatrywany powyżej matematyczny opis przyczepności obejmuje tylko jedną składową stycznego oddziaływania koła na nawierzchnię. Opis pozostałych sił stycznych F_y , M_z można sformułować w postaci analogicznej do równań (4.5–4.7). W ten sposób uzyskuje się matematyczny opis trzech ściernie powiązanych sił stycznych F_x , F_y , M_z . Tak ustalony, matematyczny model przyczepności koła ujmuje dynamiczne efekty wynikające z tarcia powstającego między ogumionym kołem i nawierzchnią.

Należy zaznaczyć, że wymieniony trójwymiarowy model przyczepności nie był dotychczas szczegółowo rozważany, gdyż nie wykonywano pomiarów umożliwiających jego weryfikację.

5. Uwagi końcowe

Z przytoczonej tu analizy obciążeń nawierzchni przez jadący pojazd, wynika następująca charakterystyka tego obciążenia:

- nawierzchnia jest obciążona zestawem sił przemieszczających się zgodnie z ruchem pojazdu [17];
- podstawową część tego obciążenia wyznaczają naciski kół pojazdu;
- podczas hamowania albo napędzania, działają siły styczne, które dodatkowo obciążają nawierzchnię;
- siły styczne są uwarunkowane ciernymi właściwościami warstwy ściernalnej;
- siły styczne mają podstawowe znaczenie dla bezpieczeństwa ruchu pojazdu.

W niniejszej pracy podkreślono, że charakterystyka przyczepności koła określona trzema funkcjami $F_x(s_x)$, $F_y(\alpha)$, $M_z(\alpha)$, które są ustalone na podstawie wyników pomiarów przeprowadzonych w ustalonych warunkach ruchu, określa jedynie statyczne cechy przyczepności. Oznacza to, że nie ujmuje ona dynamicznych efektów przyczepności, wynikających z tarcia między kołem i nawierzchnią oraz z odkształcalności opony.

Dynamiczne efekty przyczepności mogą być określone przy użyciu modelu mechanicznego wyznaczonego metodą hipotetyczno-dedukcyjną, zaprezentowaną w niniejszej pracy. Pokazano, że takie ujęcie umożliwia sformułowanie matematycznego opisu przyczepności z uwzględnieniem praw mechaniki a także prezentowanych wyników pomiarów.

Przedstawione opracowanie jest wynikiem współpracy w ramach interdyscyplinarnego zespołu badawczego, obejmującego pracowników Instytutu Dróg i Mostów (Wydział Inżynierii Lądowej PW), Instytutu Pojazdów (Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych PW) oraz Instytutu Badawczego Dróg i Mostów (IBDiM).

Bibliografia

- [1] Andrzejewski R.: Dynamika pneumatycznego koła jezdnego. WNT, Warszawa 2010.
- [2] Biderman V.L. Teoriya mekhanicheskikh kolebaniy: ucheb. dlya vuzov (The theory of mechanical oscillations. A textbook for high schools), Vysshaya shkola, Moscow, 1980.
- [3] Bowden F. P., Tabor D.: Wprowadzenie do trybologii. WNT, Warszawa 1980.
- [4] Grzesikiewicz W.: Modelowanie stycznego oddziaływania koła na podłoże w ruchu nieustalonym. Konstrukcja, badania, eksploatacja, technologia pojazdów samochodowych i silników spalinowych. PAN O. w Krakowie. Teka Komisji Naukowo-Problemovej Motoryzacji, Zeszyt nr 18, s. 87–92, Kraków 1999.
- [5] Grzesikiewicz W., Pokorski J., Szwabik B.: Modelowanie i badania eksperymentalne przyczepności hamowanego koła. Przegląd Mechaniczny, Rok Wyd. LXII, Zeszyt 10/2003, s.73–77.
- [6] Grzesikiewicz W., Zbiciak A., Michalczyk R.: Charakterystyka obciążenia nawierzchni drogowej przez poruszający się pojazd. Polish-Ukrainian Transactions „Theoretical Foundations of Civil Engineering”, Vol. 23, pp. 101–108, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2015.
- [7] Jaworski J.: Ogumienie pojazdów samochodowych: badania i eksploatacja. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1987.
- [8] Jazar R. N.: Vehicle Dynamics: Theory and Application. Springer 2008.
- [9] Knoroz V.I., Klennikov E.V.: Shiny i kolesa (Tyres and wheels), Mashinostroenie, Moscow, 1975.
- [10] Lurie A.I.: Analytical Mechanics. Springer, Berlin 2002.
- [11] Minchejmer A.: Teoria ruchu. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1972.
- [12] Mitschke M.: Dynamika samochodu: napęd i hamowanie. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1987.
- [13] Pacejka H. B.: Tyre and vehicle dynamics, 2nd Ed., Elsevier, 2005.
- [14] Prochowski L.: Mechanika ruchu: pojazdy samochodowe. Wyd. 2. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 2008.
- [15] Road and Off-Road Vehicle System Dynamics Handbook. Edited by G. Mastinu and M. Ploechl. CRC Press, Boca Raton 2014.
- [16] Wicher J.: Bezpieczeństwo samochodów i ruchu drogowego. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 2002.
- [17] Wong J. Y. et al.: Theory of Ground Vehicles. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, USA, 3rd edition, 2001.
- [18] Zbiciak A.: Dynamika materiałów i konstrukcji o nieklasycznych charakterystykach sprężysto-dyssypacyjnych. Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Budownictwo z. 152, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2010.

Abstract

The paper focuses on the tire-pavement interaction. Different kinds of external forces act on the moving vehicle (self-weight, aerodynamics and etc.) and generate stresses on the contact surfaces between wheels and pavement. The proper understanding of this mechanism is important but complexity of the problem makes it necessary to determine loads using approximate methods. These methods are largely based on the results of experimental studies. Characteristics of vertical force (the basic loading), rolling resistance and tangential forces have been briefly presented in the paper. Unfortunately, such empirical characteristics determine only static adhesion properties. Thus, it cannot describe dynamic adhesion effects resulting both from the friction phenomenon between tire and road surface as well as the tire compliance. Dynamic adhesion effects can be analyzed based on mechanical model presented in our paper. Such an approach makes it possible to formulate mathematical description of adhesion with regard to the laws of mechanics and the results of measurements.